

平成13年度
広域科学専攻修士課程入試問題
相関基礎科学系 基礎科目

(平成12年8月21日 11:00 ~ 13:00)

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んで下さい。

1. 本冊子は、相関基礎科学系を第一志望とする受験者のためのものである。
2. 本冊子の本文は18ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 第1問～第16問から4問を選択して解答すること。
4. 渡された4枚の解答用紙（両面使用可）は、問題ごとに1枚を使用すること。
5. 解答用紙の上の欄に、科目名（基礎科目、専門科目等の区別）と解答した問題の番号、氏名、受験番号を、次の記入例のように記入すること。なお、氏名、受験番号を記入していない答案は無効である。

記入例

受験科目名	問題別	氏名	受験番号
基礎科目	第○問	○○○○	No. ○○○

6. 本冊子の最後の2枚は草稿用紙である。切り離して使用してもよい。
7. 試験の開始後は、中途退場を認めない。
8. 本冊子、解答用紙、草稿用紙は持ち帰ってはならない。
9. 次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏名	

相關基礎科学系 基礎科目

目次

第 1 問	数学 (1)	1
第 2 問	数学 (2)	2
第 3 問	数学 (3)	3
第 4 問	物理学 (1)	4
第 5 問	物理学 (2)	5
第 6 問	物理学 (3)	6
第 7 問	化学 (1)	7 ~ 8
第 8 問	化学 (2)	9 ~ 10
第 9 問	化学 (3)	11
第 10 問	生物学 (1)	12
第 11 問	生物学 (2)	13
第 12 問	生物学 (3)	14
第 13 問	地学 (1)	15
第 14 問	地学 (2)	16
第 15 問	地学 (3)	17
第 16 問	科学史・科学哲学	18

平成 13 年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系 基礎科目

第 1 問 数学 (1)

実数正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ($ad - bc \neq 0$) によって定義される一次分数関数 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ を考える。以下、 A を関数 $f(x)$ に対応する行列と呼ぶ。次の問に答えよ。

- 1) 分数関数 $f(x)$ に行列 A が対応し、分数関数 $g(x)$ に行列 $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ($ps - qr \neq 0$) が対応するなら、合成関数 $g(f(x))$ には行列の積 BA が対応する事を示せ。
- 2) 分数関数 $f(x)$ が恒等的に $f(f(x)) = x$ を与えるようにしたい。対応する行列 A の要素が満たすべき必要十分条件を求めよ。ただし、 $f(x)$ は恒等変換 $f(x) = x$ ではないとする。
- 3) 恒等変換ではない分数関数 $f(x)$ と $g(x)$ が、 $f(f(x)) = x$ および $g(g(x)) = x$ を恒等的に満たすとき、対応する行列 A 、 B の積が可換 (すなわち、 $AB = BA$) なら $f(x) = g(x)$ である事を証明せよ。
- 4) 分数関数 $f(x)$ に行列 A が対応し、分数関数 $g(x)$ が下の方程式を満たすとき、 g に対応する行列 B を A を使って表せ。ただし、 $f(f(x)) = x$ が恒等的に成り立つとする。

$$\{g(f(x)) + 1\}f(-x) = 1$$

平成 13 年度 修士課程 入学試験 問題

相関基礎科学系 基礎科目

第 2 問 数学 (2)

二つの時間の関数 x, y が次の微分方程式を満たすとする。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y, \\ \frac{dy}{dt} &= -\sin(x) - \alpha y^3.\end{aligned}$$

- 1) 関数 $f = \frac{1}{2}y^2 - \cos x$ が、係数 α の正負に応じて、時間 t とともにどのように変化するかを論じよ。
- 2) 以下の設問では α が正の場合のみを考える。
 - (a) この方程式には、十分時間が経過した後では、振動したり発散する解がないことを示せ。
 - (b) この方程式の時間に依存しない定常解をすべて求めよ。
 - (c) (b) の設問で求めた定常解の任意の一つを (x_0, y_0) とする。このとき、一般の解 (x, y) のうち、 (x_0, y_0) に近いものを考えることにして、 (x, y) との差 $x - x_0, y - y_0$ が従う微分方程式を書き下せ。ただし、解 (x, y) は定常解の十分微小な近傍 ($|x - x_0| \ll 1, |y - y_0| \ll 1$) にあるものとし、それにふさわしい近似を用いよ。さらに、この結果に基づき設問 (b) で求めた解の安定性を分類せよ。
 - (d) 一般の解のうち、十分時間が経過したとき、自明な定常解 $(x_0, y_0) = (0, 0)$ に落ち着くような解を与える初期値の集合 $\{(x_b, y_b)\}$ を考える。このうち、とくに $y_b = 0$ のときの初期値 x_b の集合を求めよ。

第3問 数学(3)

3次元ユークリッド空間で直交座標系 (x, y, z) から非直交座標系 (τ, η, φ) への変換を、

$$x = \tau \sinh \eta \cos \varphi$$

$$y = \tau \sinh \eta \sin \varphi$$

$$z = \tau \cosh \eta$$

で与える。ただし、この変換は $x^2 + y^2 < z^2$ の領域に限られる。次の問いに答えよ。

- 1) τ と φ をそれぞれ τ_0 と φ_0 に固定して η を区間 $-\infty < \eta < \infty$ で変化させると、ある曲線 C を描く。この曲線上の点で、直交座標系 (x, y, z) の原点に最も近づく点 P_0 の (x, y, z) 座標と、この点で曲線 C に接する単位ベクトル \mathbf{e}_1 を求めよ。
- 2) 曲線 C はある平面の上にある。この平面に平行で単位ベクトル \mathbf{e}_1 に直交するもう一つの単位ベクトル \mathbf{e}_2 を求め、曲線 C 上の点 P の位置ベクトル $\mathbf{r}(\eta)$ (η の関数としてのベクトル) を \mathbf{e}_1 と \mathbf{e}_2 の線形結合として表せ。
- 3) 曲線 C 上の点 P の位置を与える η が $\Delta\eta$ だけ微小変化するとき、線分 OP は平面上の微小領域を覆う。この微小領域の面積 ΔS を求めよ。
- 4) 曲線 C 上の点 P が P_0 から別の点 P_1 まで移動するとき、線分 OP が覆う平面上の領域の面積 S を、 τ_0 と P_1 の z 座標 z_1 を用いて表せ。

平成13年度修士課程入学試験問題

関連基礎科学系 基礎科目

第4問 物理学(1)

I

z 軸方向に大きさ B の一様な磁場をかけたときの、電荷 e 、質量 m を持った粒子の運動を考える。但し粒子は x - y 平面上を運動するものとし、その座標を $\vec{x} = (x, y)$ と記す。

(1) 粒子の運動方程式を書け。

粒子の運動の様子は、保存量の考察から、運動方程式をあからさまに解くことなしに理解することができる。

(2) 磁場がないときに定義される通常の運動量、すなわち $(m\dot{x}, m\dot{y})$ 、はこの場合保存されない。その理由を説明せよ。

(3) これに修正を加えて、座標について1次の保存量を作れ。(座標について1次とは、 x, \dot{x}, \ddot{x} 等の1次式を言う。)

(4) さらに、座標の原点を適当にずらすと、座標について2次の保存量を幾つか作ることができる。これらを求め、その物理的意味を述べよ。

(5) これらの考察に基づいて粒子の運動を論ぜよ。

II

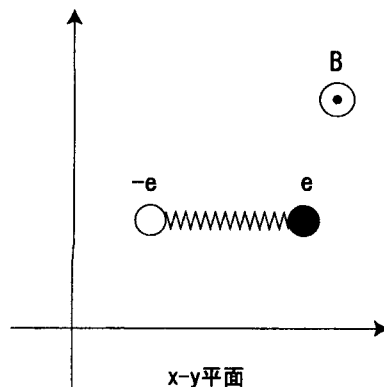
同一質量 m を持つ2つの質点に電荷 e 及び $-e$ を与え、自然長 $= l$ 、バネ定数 $= k$ のバネでつなぐ。この電気双極子系の z 軸方向に一様な磁場 B 中での運動を考察しよう。バネは粒子間を直線的に結び曲がらないものとし、Iと同様、系は x - y 平面上を運動するものとする。また、粒子間のクーロン力は磁場やバネの力に比して無視できるくらい小さいとする。以下 e 及び $-e$ を持つ粒子の位置ベクトルをそれぞれ \vec{r}_1, \vec{r}_2 と記し、さらに重心座標 \vec{X} と相対座標 \vec{x} を $\vec{X} \equiv (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)/2$ 、 $\vec{x} \equiv \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ と定義する。

(1) $\vec{X} \equiv (X, Y)$ 及び $\vec{x} \equiv (x, y)$ に対する運動方程式を求めよ。

この系は一般に回転を含む複雑な運動を行うが、以下ではそのうちで簡単なものとして、双極子が x 軸方向に整列して回転しない運動を考察する。

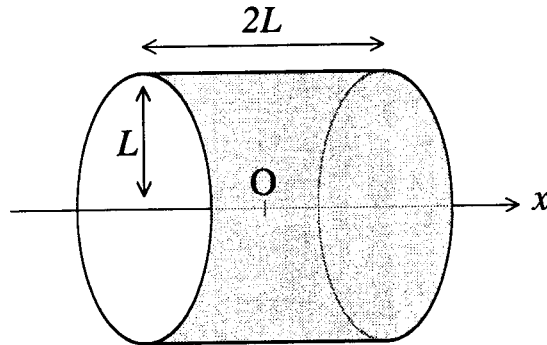
(2) 特にバネの振動も伴わない極めて簡単な解を求め、そのような解が存在する理由をローレンツ力を用いて説明せよ。

(3) 回転は行わないがバネの振動を伴う解を求め、その角振動数 ω を求めよ。またこのとき系の重心の運動はどうなるかを論ぜよ。



第 5 問 物理学 (2)

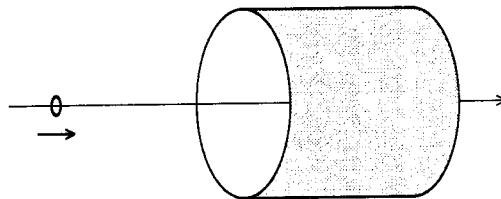
図のように、幅 $2L$ 、半径 L の輪状の帯に一樣な面密度 σ で正電荷が分布している。輪の中心軸を x 軸にとり、輪の中心をその原点 O とする。真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率を μ_0 として以下の問いに答えよ。



- (1) x 軸上の任意の点における電場を求めよ。
- (2) この帯を x 軸の周りに一定の角速度 ω で、 x 軸の負方向からみて時計回りに回転させた。このとき、電荷も一緒に回転することにより、帯にどれだけの電流が流れているとみなすことができるか。
- (3) このとき、原点 O に生じる磁束密度の大きさと向きを求めよ。必要ならば、次の不定積分を用いてよい。

$$\int \frac{dx}{(x^2 + c^2)^{3/2}} = \frac{1}{c^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + c^2}}$$

- (4) 前問の状態で、電気抵抗 R 、半径 a のリング状の導線が、 x 軸上を負の方向から移動してきた。リングの面は常に x 軸に垂直であり、 a は微小とする。無限の彼方から、原点 O に到達するまでにこの導線に流れる電荷の総量はいくらか。



第6問 物理学 (3)

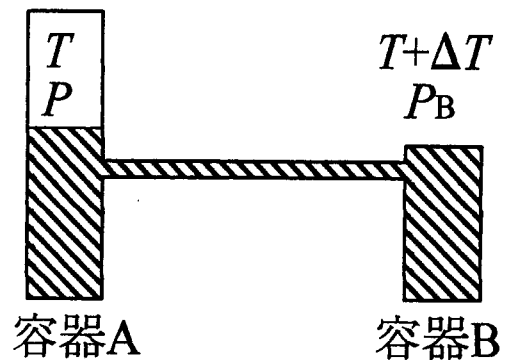
大きな体積 V の容器に単原子ガス(G)とそれが凝縮した液体(L)が入っている。その容器の温度を T 、圧力を P とする。またガスの単位モル当たりの体積、エネルギー、エントロピーなどを、それぞれバーをつけて \bar{V}_G , \bar{U}_G , \bar{S}_G などを書くことにする。ここでガスは理想ガスであり、 $\bar{V}_G \gg \bar{V}_L$ 、また気体定数を R として以下の問いに答えよ。

- (1) ガスの単位モル当たりの内部エネルギー \bar{U}_G をかけ。
- (2) 液体の内部エネルギーを \bar{U}_L としたとき、液体が気化する場合の単位モル当たりの潜熱 \bar{L} を求めよ。
- (3) ガスと液体が平衡状態にあるときには、両者の化学ポテンシャル $\mu_G(T, P)$ と $\mu_L(T, P)$ が等しいことから、以下のクラウジウス・クラペイロンの式を導け。

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\bar{S}_G - \bar{S}_L}{\bar{V}_G - \bar{V}_L}$$

- (4) 十分に低温で潜熱が温度に依存しなくなった場合、容器内の圧力 P は温度に対してどのように依存するかを求めよ。

- (5) 次に、同じ物質を、図の様にチューブでつないだ2つの容器AとBに入れて、それぞれの温度を T および $T+\Delta T$ にした。ここで図中の斜線は液体をあらわす。このときの容器Bに於ける圧力 P_B を求めよ。



平成 13 年度 修士課程 入学試験 問題

相関基礎科学系 基礎科目

第 7 問 化学 (1) その 1

以下の問 1、2 に答えよ

1. He 原子中の 2 個の電子の運動を記述するハミルトニアンは

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}[\nabla_1^2 + \nabla_2^2] - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$$

と書ける。これをもとに以下の問いに答えよ。但し、電子 1、2 の座標を $r_1 = (x_1, y_1, z_1)$ 、 $r_2 = (x_2, y_2, z_2)$ 、電子 1、2 間の距離を r_{12} 、電子の質量を m 、素電荷を e とし、核の運動は無視している。

- 1) このハミルトニアンに対するシュレディンガー方程式は、そのままでは解けないが、電子間反発の項を無視すると $\phi_a(r_1)\phi_b(r_2)$ という変数分離形で解けることを示し、それぞれの関数が満たすべき方程式を示せ。
- 2) 上記の近似により無視した項の影響を一次摂動の形で取り込みたい。評価すべき積分の形を式で示せ。但し、等価な電子の交換は考えない。
- 3) 上の摂動を取り入れると、基底状態 $1s^2$ における系の全エネルギーは増加するか減少するか答えよ。その理由も定性的に示せ。
- 4) 電子スピンも考慮した波動関数は、パウリの排他律を満たす必要がある。He 原子の基底状態についてパウリの排他律を満たす波動関数の形を示せ。但し、電子スピンを α 、 β で表せ。

第 7 問 化学 (1) その 2

2. 以下の問に答えよ

- 1) 大気的主要成分は N_2 、 O_2 、Ar、 H_2O 、 CO_2 などである。このうち、赤外領域に振動スペクトルを与えるものを挙げよ。
- 2) 上にあげた分子のうち、純回転スペクトルの観測されるものを挙げよ。
- 3) 純回転スペクトルの観測の可能な分子であるための条件を示せ。
- 4) HF 分子の基本振動のスペクトルは 3962 cm^{-1} に、CO 分子のそれは 2145 cm^{-1} に観測されている。2 原子分子の振動を調和振動子と考え、振動数を与える式を示すことにより、二つの分子における結合の力の定数 k の大小を比較せよ。
ただし、それぞれの原子の質量は、原子質量単位で $m_H = 1$ 、 $m_F = 19$ 、 $m_C = 12$ 、 $m_O = 16$ である。

- 5) 2 原子分子の振動回転のエネルギー準位は

$$E/hc = \omega\left(v + \frac{1}{2}\right) + BJ(J+1)$$

であらわすことができ、振動遷移が可能な分子の双極子遷移の選択則は、 $\Delta v = \pm 1$ 、 $\Delta J = \pm 1$ である。常温の CO 分子に対して予測される振動回転スペクトルの概形を示せ。

- 6) CO 分子の常温での比熱に関し上の議論と関連づけて論ぜよ。

第8問 化学(2) その1

以下の問い1~3に答えよ。

1. 次の1)~3)はどういうものか、簡潔に答えよ。

- 1) 第一イオン化エネルギー
- 2) 電子親和力
- 3) 電気陰性度

2. 下のグラフ1~4の横軸は原子番号を、縦軸は

- (a) 第一イオン化エネルギー
- (b) 電子親和力
- (c) 電気陰性度(ポーリングの値)
- (d) 原子半径(単体が金属のものは金属結合半径、それ以外のは共有結合半径)

のどれかを表している。

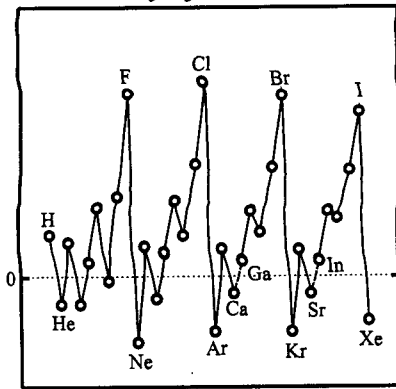
1) グラフ1~4はそれぞれ、(a)、(b)、(c)、(d)のどれに対応するか答えよ。

2) グラフ3に見られる周期性について、「電子配置」、「遮蔽効果」、「有効核電荷」を考慮して説明せよ。

3) 前問と同様に、グラフ4に見られる周期性について説明せよ。

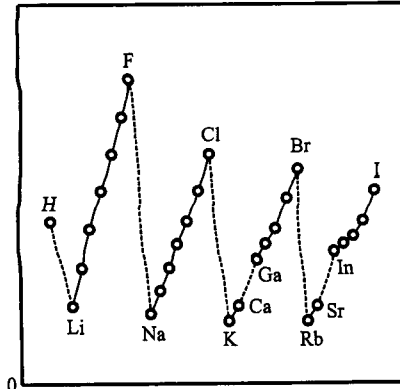
4) 第二イオン化エネルギーのグラフはどのようなになるか、概略を説明せよ。

グラフ1



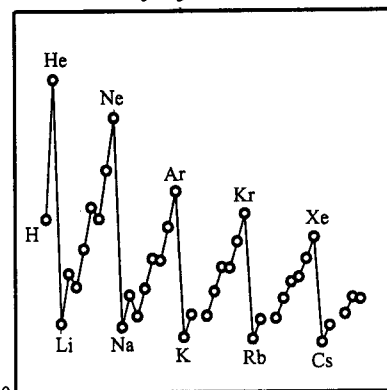
原子番号

グラフ2



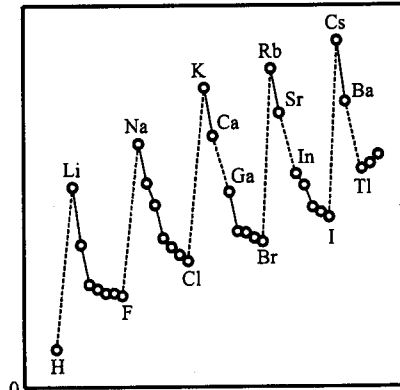
原子番号

グラフ3



原子番号

グラフ4



原子番号

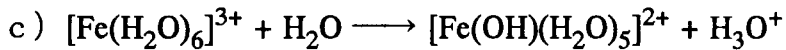
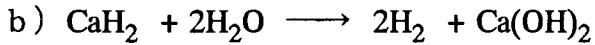
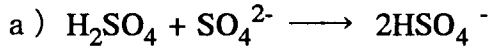
平成13年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系
基礎科目

第8問
化学(2)
その2

3. 酸・塩基に関する以下の問いに答えよ。

1) 次の各反応における酸, 塩基の化学式と名称を答えよ。そのうち, ブレンステッドの酸, 塩基については, その共役塩基, 共役酸の化学式と名称も答えよ。



2) 0.10 mol/l 酢酸水溶液と0.10 mol/l 酢酸ナトリウム水溶液を, 以下の表のような体積で混合して得られる緩衝溶液A, BのpHを求めよ。ただし, 酢酸の $\text{p}K_a$ は4.76である。

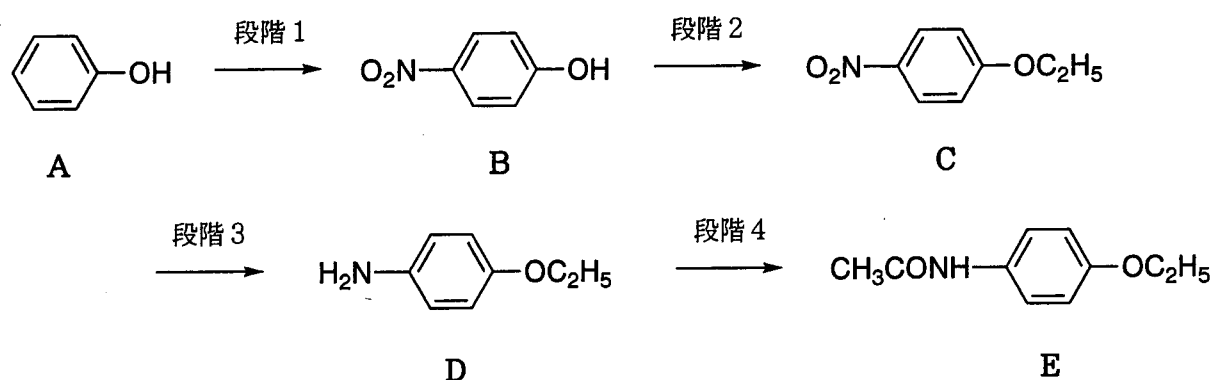
	0.10 mol/l 酢酸水溶液	0.10 mol/l 酢酸ナトリウム水溶液
緩衝溶液A	10.0 ml	10.0 ml
緩衝溶液B	10.0 ml	1.0 ml

平成 13 年度 修士課程 入学試験問題

相関基礎科学系 基礎科目

第 9 問 化学 (3)

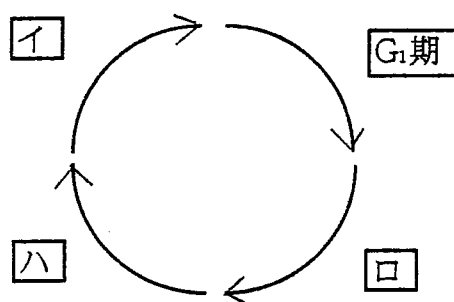
フェノールは、合成樹脂の原料として有機工業化学的に重要な化合物であるが、一方で、その誘導体は天然に広く見られ、生理活性を持つものも多い。フェノール (A) から誘導されるフェナセチン (E) は鎮静剤や解熱剤として用いられている。E は、A を出発物質として、以下の経路で合成することができる。以下の問に答えよ。



- 段階 1 について。フェノール (A) は室温で希薄な硝酸によりニトロ化が進行し、化合物 (B) とその異性体 (B') が得られた。二つの生成物のうち、一方は、揮発性が高く、水に対する溶解度が低かったため、容易に分離することができた。
 - 化合物 (B') の構造式を書け。
 - 揮発性が高く、水に対する溶解度が低かったものは、化合物 (B) と (B') のどちらか。また、そう判断した理由を B と B' の分子構造の違いにもとづいて述べよ。
 - フェノールから化合物 (B) を得た反応条件では、ベンゼンをニトロ化することはできない。これは、フェノールがベンゼンに比べて、ニトロ化に対して著しく高い反応性を持つためである。この理由を反応の機構にもとづいて説明せよ。
- 段階 2 について。化合物 (B) を水酸化ナトリウム水溶液に溶かし、臭化エチル $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{Br}$ と反応させると、化合物 (C) が得られた。
 - 化合物 (B) とフェノール (A) の酸としての強さには著しい差があった。どちらが強い酸か。そう判断した理由とともに述べよ。
 - 化合物 (B) と臭化エチルから、化合物 (C) が得られる反応の機構を説明せよ。
- 段階 3 について。化合物 (C) を塩化スズ (II) SnCl_2 を用いて還元すると、化合物 (D) が得られた。D は塩基性を示したが、その塩基としての強さはアニリン $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$ と比較して著しい違いがあった。どちらが強い塩基か。そう判断した理由とともに述べよ。
- 段階 4 で用いるべき試薬の分子式と名称を記せ。

第10問 生物学(1)

- 1) クローン動物とはどのような動物を指すのかについて述べよ。
2) 最近、クローン羊「ドリー」が誕生し、成体となったが、その生物学的な意味について述べよ。
2. 生物は細胞分裂をくり返して増殖するが、細胞周期について
イ ~ ハ の中にあてはまる適当な語句を記せ。また1) ~ 2) についても解答せよ。



- 1) イでおこる細胞での変化について述べよ。
 - 2) ロのおこる細胞での変化について述べよ。
 - 3) ハの段階である重要な因子が働くと細胞周期はイに移行していく。
このとき重要な因子とはどのようなものかについて説明せよ。
3. 動物の正常細胞が、がん細胞に変化する過程では大きくわけて3つの段階があるといわれている。それらの段階とはどのようなものかについて述べよ。また、がん細胞を正常細胞と比較した時、どのような相違が細胞の内外で生じているのかについて述べよ。

平成13年度修士課程入学試験問題

関連基礎科学系 基礎科目

第11問 生物学(2)

文を読んで、以下の問いに答えよ。

1974年、カリフォルニア大学の大学院生だったP. O'Farrellは2次元ポリアクリルアミドゲル電気泳動法という強力な解析手段を報告した。この方法は多数のタンパク質分子種を、それぞれのタンパク質の(ア)の違いと電気的性質である(イ)の違いから同時に解析するものである。

1. 文中の(ア)、(イ)に適切な語を入れよ。
2. タンパク質の(ア)を調べる方法を2つあげ、それぞれを簡潔に述べよ。ただし、2次元ポリアクリルアミドゲル電気泳動法に利用されている方法を除く。
3. タンパク質の電気的性質である(イ)を調べる方法を1つあげ、簡潔に述べよ。ただし、2次元ポリアクリルアミドゲル電気泳動法に利用されている方法を除く。
4. タンパク質の電気的性質である(イ)は構成するアミノ酸の種類によって大きく異なる。酸性アミノ酸、中性アミノ酸、及び塩基性アミノ酸をそれぞれ1つずつあげよ。
5. 細胞分化に特異的なタンパク質の発現を調べたい。2次元ポリアクリルアミドゲル電気泳動法を用いて調べる方法と、この電気泳動法を用いずに調べる方法について、それぞれ簡潔に説明せよ。
6. タンパク質は翻訳後修飾により(ア)や(イ)が変化する場合がある。以下の小問に答えよ。
 - 1) 翻訳後修飾について3つ例をあげよ。また、それぞれの修飾によってタンパク質の(ア)や(イ)はどのように変化するか、説明せよ。
 - 2) (ア)はほとんど変化しないが、(イ)が酸性側に変化することがある。そのタンパク質にどんな変化が起きたと考えられるか？
 - 3) 上記2)で述べた変化はそのタンパク質分子自身やそれを含む細胞にとって、重要な意味をもつ場合がある。例を1つあげて、説明せよ。

平成 13 年度 修士課程 入学試験 問題

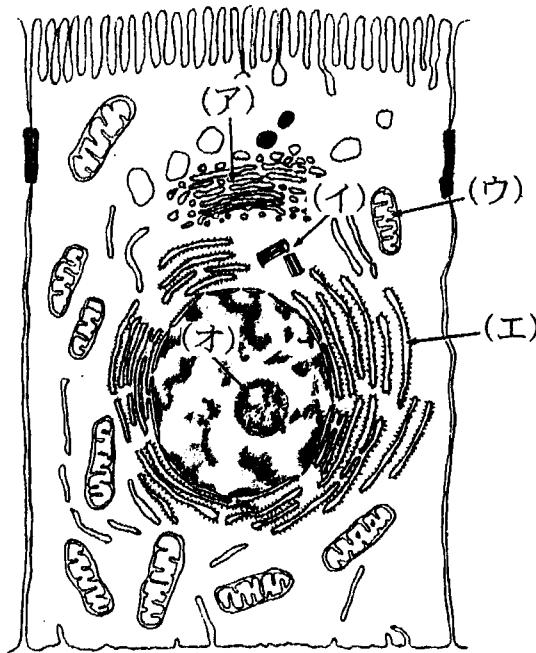
相関基礎科学系 基礎科目

第 1 2 問 生物学 (3)

以下の問に答えよ。

1・下の図は、ある動物細胞の超薄切片の電子顕微鏡写真をもとにしてつくった細胞の模式図である。

- (1) 図中、線で指し示した (ア) から (オ) までの細胞内構造の名称を記せ。
- (2) 植物細胞には図で示したような動物細胞にはない細胞小器官や構造がある。植物細胞に特有な細胞小器官や構造を列挙せよ。



2. 細胞小器官の構造と機能を調べる方法として、細胞を破碎し、遠心分離法で分画することがよく行われる。

- (1) 細胞を破碎し、細胞内成分を分散する際に特に留意すべき事柄を簡潔に述べよ。
- (2) 分画操作によって細胞小器官の純度がどの程度上がったかを検定するにはどのような方法があるか、簡潔に述べよ。

3. 単離した葉緑体のチラコイドを、暗所で初め pH3.5 の酸性溶液に一定時間おいた後、ADP と H_3PO_4 を含む pH8.5 のアルカリ性溶液に急激に移すと ATP の合成が見られた。

- (1) この実験に用いた溶液に (a) 光合成電子伝達反応阻害剤、(b) プロトンの透過性を増大させるイオノフォア、(c) タンパク質合成阻害剤、のいずれかを加えたとき、ATP が合成されなくなった。それはどの場合か記号で答えよ。
- (2) 光合成における ATP 合成反応と上の実験の ATP 合成反応で共通する点と異なる点について、それぞれ述べよ。

平成13年度修士課程入学試験問題

関連基礎科学系 基礎科目

第13問 地学(1)

下の図は、地球の内部構造を球対称と仮定して求めた地震波速度と密度の深さに対するプロットである。

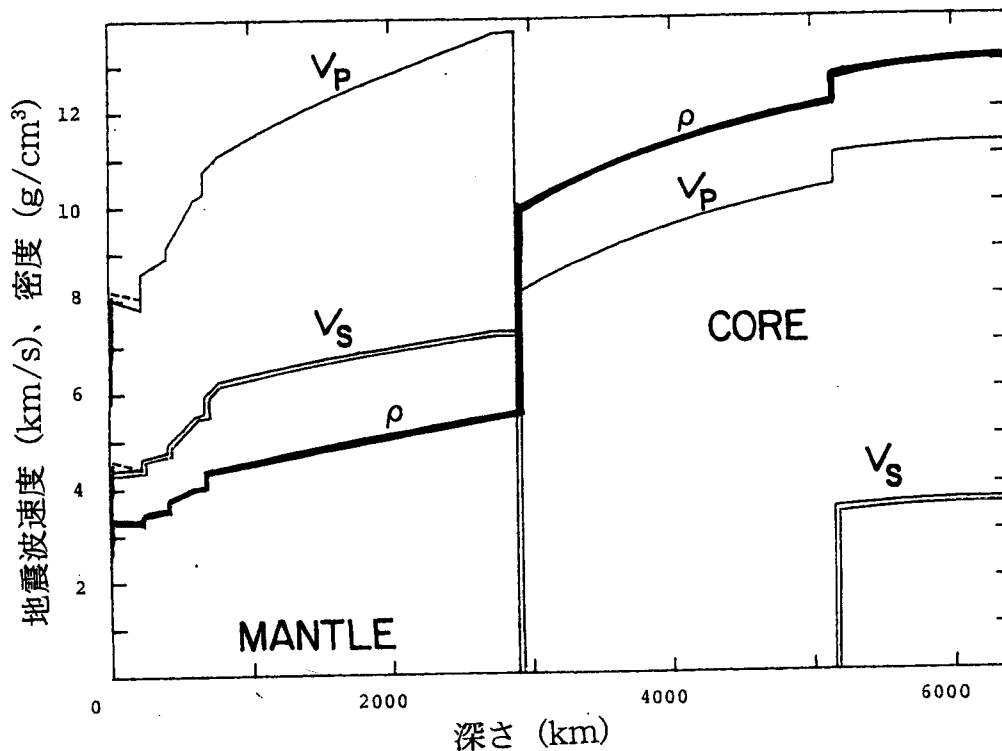
1. この図と、地球の平均化学組成はおおよそ太陽大気の化学組成から水素・ヘリウムを除いたものであるという仮定から、マントルとコアの化学組成が推定されている。

1) なぜ、下線部のような仮定が許されるのか、その理由を述べよ。ただし、この説明の中で以下の五つの言葉を必ず用いよ。

太陽系形成、ガス、ダスト、元素の揮発性、重力の効果

2) マントルとコアはおよそどのような組成でどのような状態にある物質でできていると考えられているか。推定の理由とともに述べよ。

2. 深さ400km,660kmにおける不連続面はどのような原因で生じていると考えられているか、そう考えられる理由も付けて述べよ。これらの不連続面の深さは、実際には一定ではなく、20~30km程度の振幅で場所(緯度・経度)とともに変化する。なぜ、このように、これらの不連続面の深さは、場所によって違うのか。



凡例 V_p ; 縦波速度 —————
 V_s ; 横波速度 —————
 ρ ; 密度 —————

平成 13 年度 修士課程 入学試験 問題

相関基礎科学系 基礎科目

第 14 問 地学 (2)

膨張宇宙を理解するために、ニュートン力学に基づく、簡単なモデルを考える。次の問いに答えなさい。

1. 一様等方な宇宙の中から切り出した、半径 a の球を考える。この球の中に含まれる質量を M とし、重力定数を G とする時、この球の中に含まれる質量が、球の表面にある質量 m の銀河に及ぼす重力を求めなさい。
2. この銀河に働く力が、上記の球の中の物質による重力のみの場合、この銀河の運動方程式を a を使って記述しなさい。
3. 上で求めた運動方程式を積分し、積分定数 E を適切に設定すると、 $E \geq 0$ の場合、球の表面は永久に膨張をつづけ、 $E < 0$ の場合、反転して収縮に転じることを示しなさい。
4. 上記の永久に膨張、または、反転して収縮ということについて、 E の物理的意味を示して論じなさい。
5. ハッブル定数 H_0 は、銀河の後退速度を距離で割ると得られるので、

$$H_0 = \frac{1}{a} \frac{da}{dt}, \quad (1)$$

とおける。上記の積分定数 $E = 0$ の場合の解から、宇宙の年齢 t を H_0 を使ってあらわしなさい。ただし、時間 $t = 0$ で半径 $a = 0$ とする。

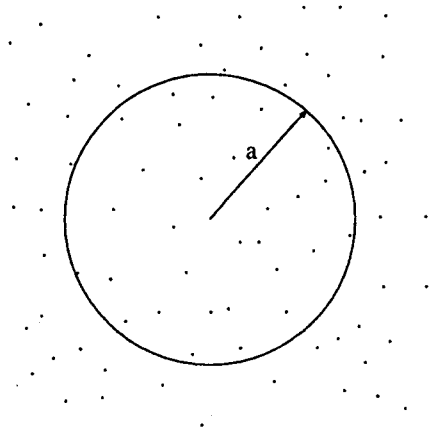


図 1: 一様等方の宇宙から、半径 a の球を切り出す。

第15問 地学（3）

大部分の恒星は圧力と重力とがほぼ釣り合った状態にあると考えられる。圧力としては、ガスの熱運動によるもの P_{gas} と縮退圧 P_{deg} を考えることにする。これらの圧力の密度 ρ と温度 T 依存性は、以下のようになっている。

$$\begin{array}{lll}
 P_{\text{gas}} & \propto & \rho \times T & \text{(縮退のない場合)} \\
 P_{\text{deg}} & \propto & \rho^{5/3} & \text{(低温・比較的低密度での縮退)} \\
 P_{\text{deg}} & \propto & \rho^{4/3} & \text{(高密度での縮退)}
 \end{array}$$

一方、恒星の質量 M と中心圧力 P_c と中心密度 ρ_c の間には次の関係がある。

$$M \propto \sqrt{\frac{P_c^3}{\rho_c^4}}$$

これらを用いて以下の問に答えよ。

1. 温度が高温で一定であるとき、中心密度を変えて行くと恒星の質量はどの様に振舞うかを議論せよ。
2. 温度が低温で一定であるとき、中心密度を変えて行くと恒星の質量はどの様に振舞うかを議論せよ。
3. 恒星の質量を縦軸にとり、中心密度を横軸にとって問1. と問2. で求めた関係を概念的なグラフで表せ。
4. 問3. のグラフから、質量一定の恒星のとり温度と中心密度の関係を読み取り、それを使っての恒星の到達できる温度と恒星の質量の関係について議論せよ。

平成13年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系 基礎科目

第16問 科学史・科学哲学

人間のもつ自然観には古来さまざまなものがある。それらの中から二つを選び、科学との関係に重点を置きながら、対比的に論じなさい。

