平成１５年度
広域科学専攻修士課程入試問題

相関基礎科学系　基礎科目

（平成１４年８月２６日　１１：１５ ～ １３：１５）

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んでください。

1．本冊子は、相関基礎科学系を第一志望とする受験者のためのものである。
2．本冊子の本文は１９ページである。落丁、乱丁又は印刷不鮮明の箇所があった場合には手を挙げて申し出ること。
3．第１問～第１６問から４問を選択して解答すること。
4．渡された４枚の解答用紙（両面使用可）は、問題ごとに１枚を使用すること。
5．解答用紙の上の欄に、解答した問題の番号、科目名、氏名及び受験番号を、次の記入例のように記入すること。なお、氏名、受験番号を記入していない答案は無効である。

記入例

問題番号	科目名	氏名	受験番号
第６問	物理学（３）	○○○○	No. ○○○○

6．本冊子の最後の２枚は草稿用紙である。切り離して使用してもよい。
7．試験の開始後は、中途退場を認めない。
8．本冊子、解答用紙、草稿用紙は持ち帰ってはならない。
9．次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏名	

相関基礎科学系　基礎科目

目　次

第１問　数学（１）……………………………… 1
第２問　数学（２）……………………………… 2
第３問　数学（３）……………………………… 3
第４問　物理学（１）…………………………… 4
第５問　物理学（２）…………………………… 5
第６問　物理学（３）…………………………… 6
第７問　化学（１）……………………………… 7～8
第８問　化学（２）……………………………… 9～10
第９問　化学（３）……………………………… 11～12
第１０問　生物学（１）………………………… 13
第１１問　生物学（２）………………………… 14
第１２問　生物学（３）………………………… 15
第１３問　地学（１）…………………………… 16
第１４問　地学（２）…………………………… 17
第１５問　地学（３）…………………………… 18
第１６問　科学史・科学哲学…………………… 19

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第１問　　数学（１）

n を正の偶数とする。次式で定義される積分値 I_n を求めたい。以下の問いに答えよ。

$$I_n = \int_0^\infty \frac{x^n e^x}{(e^x+1)^2} dx$$

1. 次の等式を示せ。

$$\int_0^\infty \frac{x^n e^x}{(e^x+1)^2} dx = n \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x+1} dx$$

2. $x > 0$ に対して級数展開

$$\frac{1}{e^x+1} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-(k+1)x} a_k$$

を行うことができる。a_k を求めよ。

3. $\Gamma(n)$ を

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} e^{-t} dt$$

によって定義する。$\Gamma(n)$ と $\Gamma(n-1)$ の関係を導き、$\Gamma(n)$ の値を求めよ。

4. k を非負の整数とする。次の積分値 $b_{n,k}$ を求めよ。

$$b_{n,k} = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-(k+1)x} dx$$

5. $\zeta(n)$ を

$$\zeta(n) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{1}{\ell^n}$$

によって定義する。求めたい積分値 I_n を $\zeta(n)$ を使って表せ。

6. 関数 $f(x) = x^2$ の区間 $[-\pi, \pi]$ におけるフーリエ級数展開が

$$\frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$$

であることを利用し, $\zeta(2)$ を求めよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第２問　　数学（２）

1. ３次元ユークリッド空間の各点のデカルト座標を縦ベクトルで表すことにする。任意の２つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ と，それらに次の行列 A をかけて得られる $\mathbf{a}' = A\mathbf{a}, \mathbf{b}' = A\mathbf{b}$ について，以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) $\mathbf{a}', \mathbf{b}'$ の間の距離 $||\mathbf{a}' - \mathbf{b}'||$ が，$\mathbf{a}, \mathbf{b}$ の間の距離 $||\mathbf{a} - \mathbf{b}||$ の２倍になることを示せ。

(ii) $\mathbf{a}', \mathbf{b}'$ のなす角度は，$\mathbf{a}, \mathbf{b}$ のなす角度の何倍になるか？

(iii) A の固有値をすべて求めよ。

(iv) A の固有ベクトルを３つ求めよ。ただし，それらは，互いに直交し，かつ，それぞれの長さが１になるようにせよ。

2. 複素数全体の集合を $\mathbf{C}$ と書く。V を n 次元複素内積空間とする。つまり，$\mathbf{C}$ 上の n 次元ベクトル空間であり，任意の２つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in V$ について，内積 $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a})^* \in \mathbf{C}$ が定義されている。$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$ のとき，$\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ は「直交する」と言う。また，$(\mathbf{a}, \mathbf{a})$ の正の平方根 $\sqrt{(\mathbf{a}, \mathbf{a})}$ を $\mathbf{a}$ の「長さ」と呼ぶ。長さが１で互いに直交する n 個のベクトル $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_n$ が与えられれば，任意のベクトル $\mathbf{a}$ は，

$$\mathbf{a} = \sum_{k=1}^{n} a_k \mathbf{e}_k \quad (a_k \in \mathbf{C}) \tag{1}$$

のように，その線形結合で表せる。以下の問いに答えよ。

(i) $\mathbf{a}$ とは別のベクトル $\mathbf{b}$ が，

$$\mathbf{b} = \sum_{k=1}^{n} b_k \mathbf{e}_k \quad (b_k \in \mathbf{C})$$

と表せるとき，$(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ を，$a_1, a_2, \cdots, a_n$ と $b_1, b_2, \cdots, b_n$ で表せ。

(ii) V から V 自身へのある線形写像 T が，次式を満たすとする。

$$T\mathbf{e}_k = \mathbf{e}_{k+1} \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1), \quad T\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_1 \tag{2}$$

T の固有値をすべて求めよ。（ヒント：T^n はどんな写像か？）

(iii) どれか ひとつの 固有値を選び，その固有値に対する（属する）固有ベクトルを，(1) の形に表して求めよ。

第３問　　数学（３）

x,y を正の実数値を取る時間 t の関数とする。x,y が微分方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = -x(t)[1 - y(t)] \tag{1}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = y(t)[1 - x(t)] \tag{2}$$

を満足するとき、以下の問に答えよ。

1. この微分方程式の定常解 (x_0, y_0) を求めよ。
2. (1),(2) を (x_0, y_0) の周りで線形化し、このとき得られる微分方程式を解け。
3. 2. で求めた解を (x, y) 平面で図示せよ。
4. 微分方程式 (1),(2) より x,y の関係が

   $$\frac{dx}{dy} = -\frac{x(1-y)}{y(1-x)}$$

   で与えられる。この微分方程式を解け。
5. $t = 0$ で、$(x, y) = (1, 0.1)$ であった。この点を出発した軌道が、ある時刻 $t > 0$ で、$(x, y) = (1, s)$ になった。このとき s は 0.1 と異なる値をとった。s が満たすべき式を導出せよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第４問　　物理学（１）

図のように水平な板の上に 質点1が置かれている。質点1には長さ a の糸がつけられ、板の点 O にあいた穴を通してその他端には質点2が釣り下げられている。質点1,2 はともに質量 m であり、 重力加速度を g とする。糸、板、穴は全て滑らかで摩擦はなく、板は十分に広く、穴は十分に小さいとする。糸は質量が無視でき、伸び縮みせず、たるまないとする。また質点2は鉛直方向のみに運動するとする。質点1の O を原点とする板面上の極座標を (r,θ) とする。即ち、O からの距離を r、 適当な基準方向からの偏角を θ とする。 必要であれば次の等式を用いよ。(但しドットは時間微分を表す)

$$\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \end{pmatrix} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

(1) はじめ r は一定値 $r=b$ をとり、質点1は等速円運動、質点2は静止していた。(但し $0<b<a$) この時、質点1の角速度の大きさを求めよ。

(2) (1) の状態から静かに質点2を鉛直下方に引き、質点1が $r=b/2$ で等速円運動するようにした。この過程に要する仕事を求めよ。

(3) 運動方程式を r,θ 及びそれらの時間微分を用いて表せ。

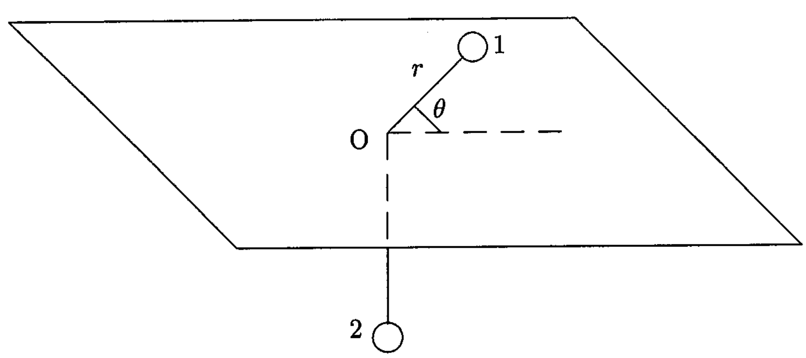
(4) この系の全力学的エネルギー E と O を中心とする角運動量の大きさ L を r,θ 及びそれらの時間微分を用いて表せ。

(5) (1) の状態において、質点2を鉛直上向きに突つき、微小な力を瞬間的に加えると、その後の質点2の運動は単振動で近似できる。この単振動の周期を求めよ。

(6) (1) の状態で系全体をエレベーターに乗せ、板を地表に対して一定加速度で鉛直上向きに加速させた。この時 r は時間とともにどのように変化するか。以下の (ア) ～ (オ) の中から選べ。

(ア) 規則的に振動し続ける （イ）振動しながら減衰して一定値に近づく（ウ）単調減少して 0 になる

(エ) 単調減少して正の一定値になる（オ）与えられた条件だけからは決まらない

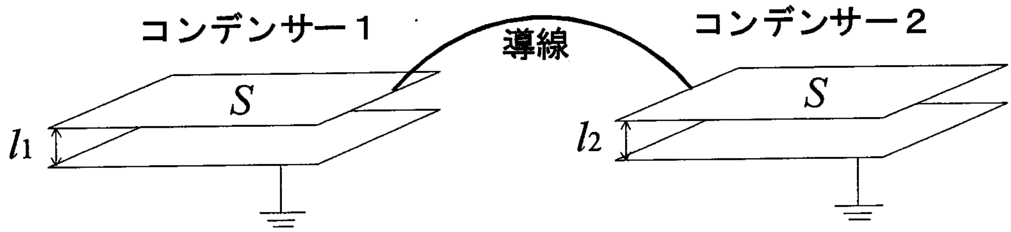


平成１５年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系　　基礎科目

第５問　　物理学（２）

下図のように、面積Sの電極板を間隔l_1およびl_2で平行に配置して作った平行平板コンデンサー１、２を考える。コンデンサー１、２の上側の電極は、やわらかい導線で互いに接続されており、これら２つの電極に帯電している電荷の総和はQ_0であるとする。コンデンサー１、２の下側の電極は、それぞれ接地されている。電荷はそれぞれの電極内で一様に分布しているものとする。電極板の寸法はl_1、l_2に比べ十分大きく、電極板の端の影響は無視できるものとする。真空の誘電率をε_0とし、以下の問いに答えよ。



（１）　最初、$l_1 = l_2 = l_0$であった。このときのコンデンサー１の電気容量C_1および電極間の電位差Vを求めよ。

（２）　（１）の条件のとき、コンデンサー１の電極間に働く力を向きも含めて求めよ。

（３）　次に、コンデンサー１の上側の電極のみを、電極間の間隔が$2l_0$になるまで外力を加えて動かした。動かした後にコンデンサー1に蓄えられている電荷を求めよ。

（４）　（３）の過程における、コンデンサー１に蓄えられている静電エネルギーの変化量を求めよ。

（５）　（３）の過程で、コンデンサー１の上側の電極を動かすのに必要な外力を電極間の間隔l_1（$l_0 \le l_1 \le 2l_0$）の関数として求めよ。

（６）　（５）の結果を用いて、（３）の過程で外力がした仕事を求めよ。この結果が、（４）の答えと一致しない場合、その理由を述べよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第６問　　物理学（３）

下の図のように、圧力 p_1、体積 V_1 の気体を、小さいノズルを通して、ゆっくりと圧力 $p_2(< p_1)$、体積 V_2 の状態に断熱的（$Q = 0$）に移す。その間、気体はノズルの手前では圧力 p_1、ノズルの反対側では圧力 p_2 に定常的に保たれているものとする。以下の問いに答えなさい。

(1) この過程で、気体のエンタルピー $H = U + pV$ が保存されることを示しなさい.

(2) 理想気体の場合、始状態と終状態で温度変化がないことを示しなさい。

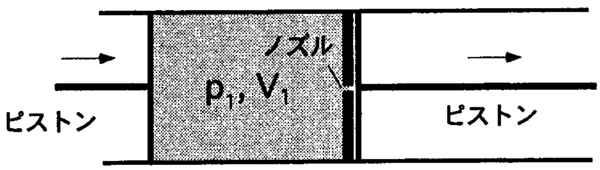
(3) この過程が不可逆過程であることを示しなさい。また、1 モル当りの理想気体のエントロピーの変化 ΔS を、p_1、p_2 と気体定数 R を用いて表しなさい。

(4) 一般に非理想気体ではこの過程で温度変化が起る。このときの温度変化をきめる係数 $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ の表式

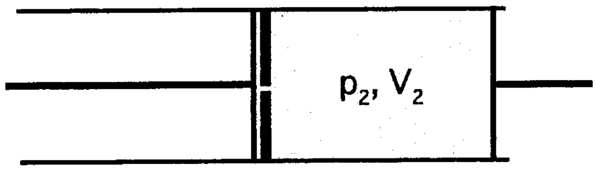
$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right]$$

を導出しなさい。その際、必要であれば、$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = -\frac{1}{C_p}\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T$、$dH = TdS + Vdp$ の関係を使いなさい。ここで、$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$、$V$ は、それぞれ、この気体の 1 モルあたりの等圧熱容量と体積を表す。

(5) 非理想気体の状態方程式を $pV = RT(1 + f(T)p)$ と表すことができる場合、温度変化がないためには温度の関数 $f(T)$ がどのような条件をみたさなければいけないか示しなさい。また、$f(T) = \frac{1}{T}\left(b - \frac{a}{T}\right)$ と近似できる時、この条件をみたす温度 T_0 を求め、それより高温と低温ではこの過程における温度変化にどのような違いがあるか説明しなさい。ただし、ここで a、b は正の定数とする。



(a) 始状態



(b)終状態

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第７問　　化学（１）　その１

ベンゼン (C_6H_6) の異性体にフルベンと呼ばれる化合物がある。図 1 に示すように、これらの化合物はともに共役二重結合をもつ平面分子である。以下の問 1~3 に答えよ。

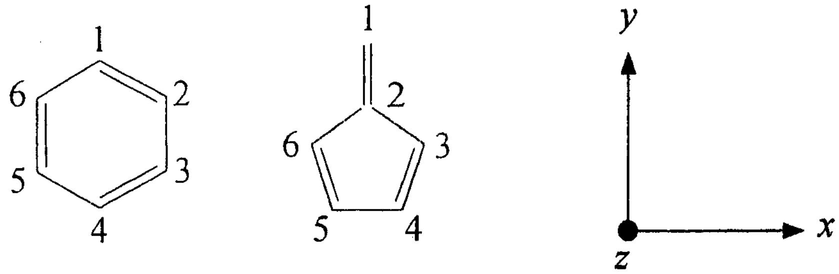


図 1　ベンゼン (左図) とフルベン (右図)

1. ベンゼンおよびフルベンが極性 (永久双極子モーメント) をもつかどうか、対称性の観点から判定せよ。

2. ベンゼンおよびフルベンの π 電子系の電子状態を Hückel 法で計算した結果、表 1 のエネルギー準位が得られた。α (<0) と β (<0) は、それぞれクーロン積分と共鳴積分を表す。

表 1

	ベンゼン	フルベン
E_1	$\alpha+2.00\beta$	$\alpha+2.11\beta$
E_2	$\alpha+1.00\beta$	$\alpha+1.00\beta$
E_3	$\alpha+1.00\beta$	$\alpha+0.62\beta$
E_4	$\alpha-1.00\beta$	$\alpha-0.25\beta$
E_5	$\alpha-1.00\beta$	$\alpha-1.62\beta$
E_6	$\alpha-2.00\beta$	$\alpha-1.86\beta$

また、フルベンの最高被占軌道 (HOMO) と最低空軌道 (LUMO) は、それぞれ

$$\psi_{\mathrm{HOMO}}=0.60\phi_3+0.37\phi_4-0.37\phi_5-0.60\phi_6$$

$$\psi_{\mathrm{LUMO}}=0.75\phi_1-0.19\phi_2-0.35\phi_3+0.28\phi_4+0.28\phi_5-0.35\phi_6$$

であった。ここで、ϕ_i は i 番目の炭素原子 (図 1 参照) の $2p_z$ 軌道を表す。計算結果をもとに、以下の問に答えよ。

第７問　　化学（１）　その２

1) ベンゼンとフルベンにおいて、HOMO と LUMO に対応するエネルギー準位は E_1~E_6 のどれに当るか。
2) フルベンの HOMO と LUMO の概形を描け。
3) ベンゼンとフルベンの相対的な安定性について述べよ。
4) ベンゼンは無色透明であるが、フルベンは黄色である。この違いが生じる理由を定性的に説明せよ。
5) ベンゼンの電子状態を探る実験法を１つ取り上げて、その原理と得られる情報を簡潔に述べよ。

3. グラファイトはベンゼン環を無限に結合させた巨大分子とみなすことができる。グラファイトは黒色であり、導電性をもつ。このような性質を分子軌道法の立場から、定性的に説明せよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第８問　　化学（２）その1

熱天秤は 1915 年、本多光太郎により創案された。現在は熱重量測定（TG, thermogravimetry）として普及しており、同時に示差熱分析（DTA, differential thermal analysis）もできるように工夫された装置が多く使用されている。図 1 にその装置の概略を示した。この装置を使っておこなった実験に関する次の問 1) ～ 7) に答えよ。

熱重量測定（TG）：　試料を加熱昇温しながら試料の重量変化を測定する分析方法。
示差熱分析（DTA）：試料と基準試料を並列に置いて、それらを同時に加熱昇温しながら試料と基準試料との間の温度差を測定する分析方法。

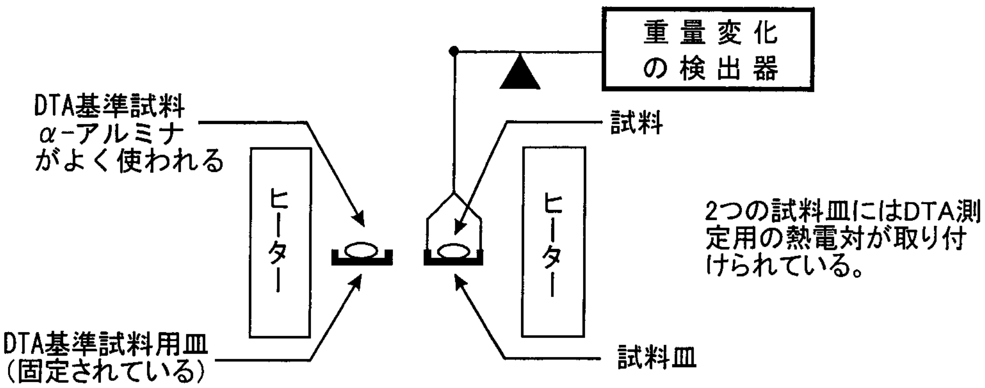


図1 TG-DTA装置の模式図

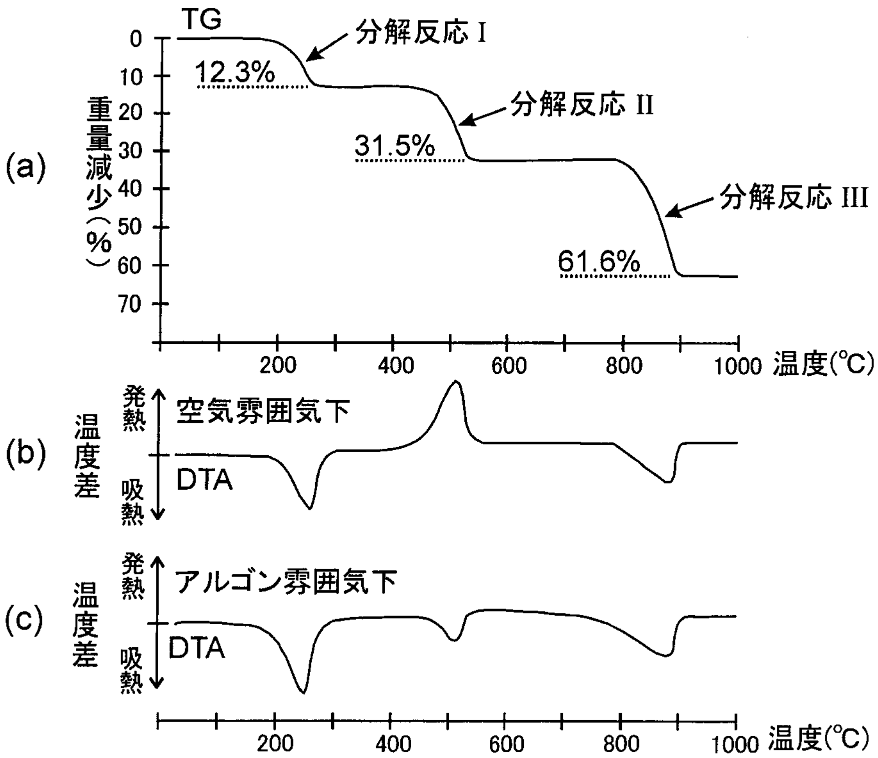


図2　$CaC_2O_4 \cdot H_2O$のTGおよびDTA曲線

第８問　　化学（２）その2

1) 図 2(a)はシュウ酸カルシウム 1 水和物 $CaC_2O_4 \cdot H_2O$ を空気雰囲気下で熱分解した時の TG 曲線である。この TG 曲線に現れた 3 つの重量減少における分解反応 I、II、III を化学反応式で書け。なお、原子量は次の値を用いよ。H: 1.00、C: 12.0、O: 16.0、Ca: 40.0。

2) 分解反応 I で生じた気体成分が何であるか確認する方法を説明せよ。

3) 図 2(b)(c)はシュウ酸カルシウム 1 水和物 $CaC_2O_4 \cdot H_2O$ を、空気雰囲気下およびアルゴン雰囲気下で熱分解した時の DTA 曲線である。これらは、分解反応 II が空気雰囲気下では発熱反応、アルゴン雰囲気下では吸熱反応として観測されたことを示している。どうしてこのような差が生じたか説明せよ。なお、アルゴン雰囲気下での TG 曲線は空気雰囲気下でおこなった場合(図 2(a))とほぼ同じであった。

4) 他の 2 族元素のシュウ酸塩 $SrC_2O_4 \cdot H_2O$、$BaC_2O_4 \cdot H_2O$ の熱分解においても、図 2(a)に類似した TG 曲線が得られるが、分解反応 III の起こる温度は大きく異なる。これらの塩の分解反応 III 前後の固体成分の格子エネルギーとして、下に示した 6 つの値が知られている。このうち 2810 は Ca 塩の分解反応前の固体成分の格子エネルギーの値である。他の 5 つの値は下の表 2 内のア～オのどこにあてはまるか理由とともに答えよ。なお、3 つの塩の反応前の固体成分は同じ結晶構造型を持つ。各塩の反応後の固体成分も同様である。

2554、 2688、 2810、 3054、 3228、 3401 ($\mathrm{kJ\ mol^{-1}}$)

表 2　分解反応 III 前後の固体成分の格子エネルギー

	Ca 塩	Sr 塩	Ba 塩
分解反応前の固体成分の格子エネルギー U_1 ($\mathrm{kJ\ mol^{-1}}$)	2810	ア	イ
分解反応後の固体成分の格子エネルギー U_2 ($\mathrm{kJ\ mol^{-1}}$)	ウ	エ	オ

5) Ca、Sr、Ba のシュウ酸塩のうち、分解反応 III が起こる温度が一番高い塩はどれか。前問 4)で完成させた表 2 の格子エネルギーのデータをもとにして理由とともに答えよ。

6) TG-DTA 装置の試料皿の下方に磁石を置き、鉄の単体を試料として昇温したところ、770 ℃付近で TG 曲線に重量減少を示す変化が現れた。この時試料に起こった現象を説明せよ。

7) 起こる温度は別として、前問 6)と同じ現象を示す物質（単体）をひとつあげよ。

第９問　　化学（３）その１

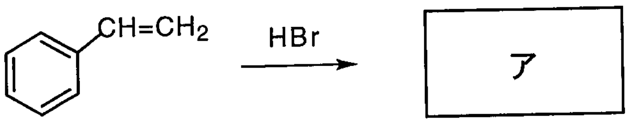
以下の問題１～３に答えよ。

１．1,2–シクロペンタンジオールの立体異性体に関する以下の問に答えよ。

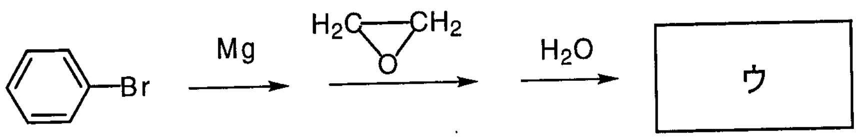
１）1,2–シクロペンタンジオールのすべての立体異性体を、その立体配置がわかるように記し、不斉炭素原子を R S 表示法で示せ。それらのうち、鏡像異性の関係にある異性体を選べ。

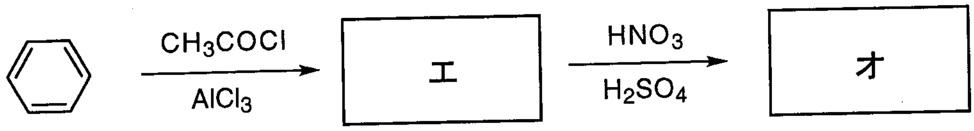
２）1,2–シクロペンタンジオールの混合物を蒸留により分離したところ、低沸点の異性体A (108 ℃/ 20 mmHg) と、高沸点の異性体B (135 ℃/ 20 mmHg) に分離された。それぞれの異性体は、前問１）で解答した立体異性体のどれに相当するか。理由とともに記せ。

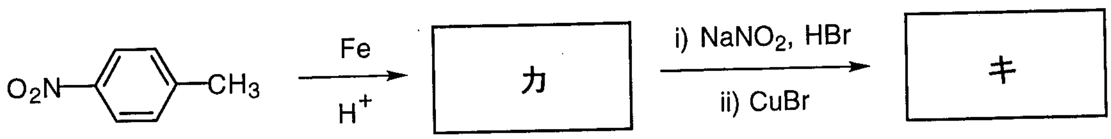
２．次の反応の囲みに当てはまる化合物の構造式を記せ。

１）


２）$CH_3CO_2C_2H_5 \xrightarrow{NaOC_2H_5}$ $\boxed{\text{イ}}$

３）


４）


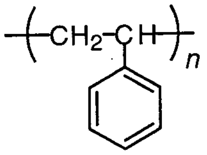
５）


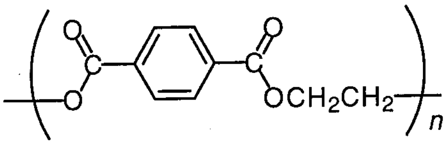
平成１５年度修士課程入学試験問題

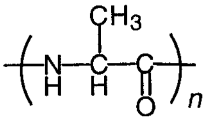
相関基礎科学系　　基礎科目

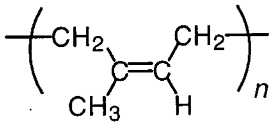
第９問　　化学（３）その２

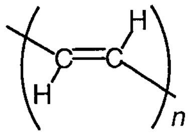
３．以下のポリマーの構成単位となるモノマーの構造式を記せ。

1）

2）

3）

4）

5）

平成１５年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系　　基礎科目

第１０問　　生物学（１）

多くの両生類の卵において、受精後、精子の入った箇所に向かって表層のメラニンを含む顆粒が移動することが知られている。その結果、反対側の赤道付近では、メラニンが少なくなり、色の薄い灰色部域が現れる。この部域を灰色三日月環とよぶ。この灰色三日月環の形成とともに起こる細胞質内成分の移動が、動物の背・腹軸を決める上で重要な意味(a)を持つ。

受精直後のアフリカツメガエル卵の植物局側を紫外線照射するか、あるいは、卵を70%重水に入れると、灰色三日月環は形成されない。この観察結果から、微小管が重要なはたらきをしているもの(b)と考えられるようになった。紫外線照射によってチューブリンが変化し、微小管の形成が抑えられること、また、重水存在下では微小管は形成されるものの、方向性がランダムな微小管となることが知られているからである。

精子突入部から灰色三日月環付近まで延びるように微小管が形成され、その微小管上を毎秒0.5μmの速さで灰色三日月環方向へと運動する顆粒が存在することもわかった。これらの観察結果から、

① 精子が卵に突入した箇所を中心にして微小管が形成されること(c)、
② その微小管にそって、卵の植物局側にあった物質が、背側へと輸送されること(d)

が、灰色三日月環の出現過程で起こり、このことが背側中胚葉の分化の引き金になっていると考えられるようになった。

1．下線部(a)について。動物の背・腹軸と灰色三日月環との関係について、図示せよ。

2．下線部(b)について。微小管の関与を確かめるために、上の紫外線照射・重水処理以外に、どのような実験が可能か。実験内容を簡潔に説明し、予測される結果も述べよ。

3．下線部(c)について。微小管が形成される上で、ある細胞内構造物が不可欠である。どのような構造物か、その由来も含めて簡潔に述べよ。また、解答の中で、微小管の方向性についても言及せよ。

4．下線部(d)の輸送に関わる分子とはどのようなものか。候補として考えられる分子の名称を一つあげよ。また、その分子が重要なはたらきをしている他の生命現象の例を一つあげ、その分子の役割について解説せよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第１１問　　生物学（２）

生体膜に関する以下の問題に答えなさい。

1．生体膜は主に脂質とタンパク質から構築されている。生体膜の基本構造について説明しなさい。

2．生体膜は流動的であり、その流動性は膜を構成している脂質に結合した脂肪酸の種類に依存する。生体膜の流動性と脂質に結合している脂肪酸との関係について説明しなさい。

3．生体膜から抽出した脂質を用いて人工脂質膜を作製し、その膜に対する３種類の分子、グリセロール、ショ糖、ナトリウムイオンの透過性を調べた。３つの分子の透過性の順番を予想し、そのように判断した理由も合わせて答えなさい。

4．赤血球をホスホリパーゼ A_1 とスフィンゴミエリナーゼで処理して赤血球膜のリン脂質を分解したところ、表１に示すようにリン脂質の分解がおこったが、溶血はおこらなかった。一方、赤血球を低張処理して得られた閉じていないゴーストを同様にリパーゼ処理すると、すべてのリン脂質が完全に分解された。

（１）この結果は、赤血球膜におけるリン脂質のどのような分布を反映していると解釈できるか、説明しなさい。

（２）赤血球膜に含まれるリン脂質以外の主要な脂質を１つ挙げよ。

表１．リパーゼ処理による赤血球膜リン脂質の分解

脂質	分解されたリン脂質の割合（%）
全リン脂質	４８
ホスファチジルコリン	７６
スフィンゴミエリン	８２
ホスファチジルエタノールアミン	２０
ホスファチジルセリン	０

平成１５年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系　　基礎科目

第１２問　　生物学（３）

生体の複雑な化学反応をつかさどるのは酵素である。酵素は活性中心と呼ばれる部分で基質に作用して生成物を作るが、酵素は基質の構造の微妙な差を見分けて反応を触媒している。

ヒトの形質の違いが酵素活性の差によって生ずる代表的な例がABO式血液型である。この血液型は主に赤血球などの細胞表面に存在する糖鎖の違いによって生じ、ヒトの白血球の（　１　）などと同様、複対立遺伝子の例として有名である。ヒトには、細胞表面に存在する糖（H抗原）に単糖を付加する酵素がある。これをグリコシルトランスフェラーゼという。この酵素の遺伝子中の1塩基が欠失して停止コドンが入り、単糖を付加する活性を失ったのがO型である。一方、同酵素遺伝子中の塩基に置換が起こって4つのアミノ酸が変異し、グリコシルトランスフェラーゼの（　２　）が変わって、N-アセチルガラクトサミンを基質にするのがA型、ガラクトースを基質にするのがB型となる。AとOのヘテロ接合体の場合、細胞表面にN-アセチルガラクトサミンが付加されるのでA型の形質が現れる。このA型のように、ヘテロで現れる形質を優性という。一方、O型はヘテロで発現せず、ホモにならないと形質に現れないので劣性となる。

このグリコシルトランスフェラーゼ遺伝子はヒトゲノムの中に1つしかなく、常染色体上に存在することがわかっている。そのために血液型の頻度には男女差は見られない。もしもこの遺伝子がX染色体上に存在すると仮定すると、父母の血液型が異なるA型の女性とO型の男性の間に生まれる子供のうち男児は（イ）、O型の女性とA型の男性との間に生まれる子供のうち女児は（ロ）となる。またAB型の人との間の子供でAB型の子供が得られないのは（ハ）の人である。

問1　本文の(1)、(2)に適当な語句を記入せよ。

問2　本文の(イ)、(ロ)、(ハ)に当てはまる適当な語句を下の語群から選びその記号を記せ。

(語群)

あ　A型　　い　O型　　う　A型かO型　　え　B型　　お　AB型

か　A型とB型　　き　A型、B型、AB型　　く　この条件だけでは決まらない

問3　ヒトの病気の場合、可溶性酵素の活性がなくなることによって発病する遺伝性疾患は、変異がホモにならないと発病しないという劣性遺伝型式をとり、新生児のときから発病することが多い。この理由を酵素活性の面から100字以内で説明せよ。

問4　高等動物では、一般的にタンパク質への糖鎖の付加は小胞体内腔またはゴルジ体で行われる。これはタンパク質の輸送、局在化などのシグナルになっている。その中で、小胞体特有のタンパク質がなぜ小胞体にとどまっているのか、メカニズムを100字以内で記せ。

問5　細胞分裂の際、小胞体はどうやって娘細胞に分配されるのか、30字以内で記せ。

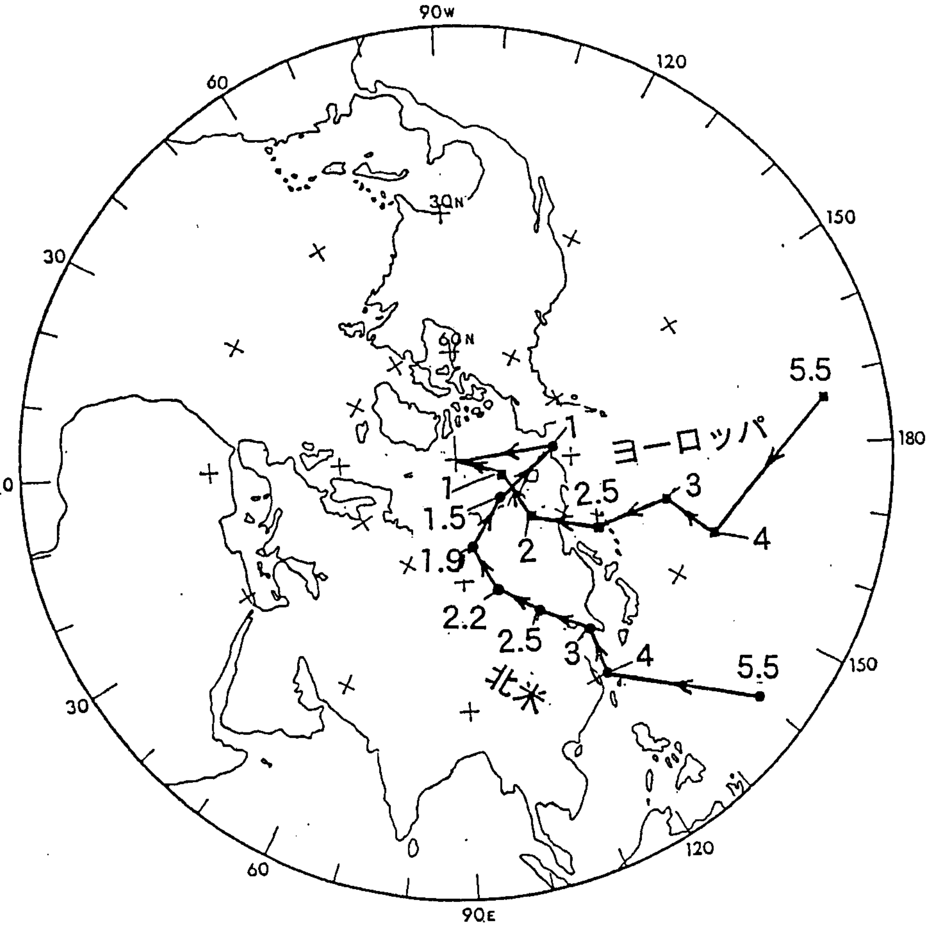
平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第１３問　　地学（１）

図には、過去5億年間の北米大陸とヨーロッパ大陸から見た「見かけの極移動曲線」(Apparent Polar Wander Path) が示されている。各々の曲線につけられた数字は億年単位で年代を示す。（例えば、5とあれば、5億年昔という意味。）この曲線について以下の問いに答えよ。

1）「見かけの極移動曲線」とは、どのようにして描かれたものか。

2）この２本の「見かけの極移動曲線」から、どのようなことがわかるか。



平成１５年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系　　基礎科目

第１４問　　地学（２）

ブラックホールに人間が真逆さまに吸い込まれていく場合の潮汐力について考える。ここではブラックホールの構造などは考えずに、単に重力源として取り扱うことにする。また、ニュートン力学の範囲内で考えてよい。以下の問に答えなさい。

1. 下図のように、真逆さまにブラックホールへ吸い込まれて行く人間を、頭の部分と足の部分に相当するふたつの質量 m の質点と、ピンと張った伸び縮みしない紐で近似する。ブラックホールの質量を M、重力定数を G として、このふたつの質量に関する運動方程式を導きなさい。なお、ここでは、ブラックホールから頭までの距離を r とし、身長 (紐の長さ) を ℓ とする。また、紐の張力を T としなさい。

2. 上記で求めたふたつの式から、加速度項を消去し、紐にかかる張力とふたつの質量にかかる重力の差の関係式をもとめなさい。この時の、頭と足にかかる重力の差を潮汐力という。また、$\underline{\ell \ll r}$ の関係が成り立つとして、張力 T を r のできるだけ簡単な式であらわしなさい。

3. この紐が１トンの張力まではもつが、それを超えると切れてしまうと考える。つまり、人間が１トンの引っ張り力までは体がもつが、それ以上ではもたないとする。どこまでちかづいた時に、紐がきれるかを求めなさい。ここで、人間の体重を 60 kg (すなわち、$m = 30$ kg)、身長を 2 m、太陽質量を $M = 2 \times 10^{30}$ kg、重力定数を $G = 7 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}、地球の重力加速度を $g = 10$ m s^{-2} と簡単化してよい。また、この距離 (潮汐半径) を、ブラックホールの半径であるシュバルツシルト半径と比べ、紐がちぎれずにブラックホールに入っていけるかどうかを論じなさい。なお、シュバルツシルト半径は、ブラックホールの質量に比例し、太陽質量のブラックホールの場合、約 3km である。

4. 銀河中心などに存在する、巨大ブラックホールの質量は、太陽質量の一億倍 ($M = 10^8 M_\odot$) にもなるという。この場合、紐はちぎれずにブラックホールに入って行けるかどうか、論じなさい。

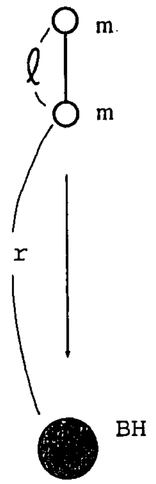


図 1: ブラックホールへ真逆さま

平成１５年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系　　基礎科目

第１５問　　地学（３）

太陽系の年齢は、隕石に含まれる放射性元素の量を調べることによって推定できる。放射性元素としては、質量数 235、238 のウラン (^{235}U、^{238}U) が用いられる。

^{235}U と ^{238}U は崩壊して、それぞれ ^{207}Pb と ^{206}Pb に最終的には落ち着く。したがって、^{235}U、^{238}U が時間とともに減った分だけ、^{207}Pb、^{206}Pb は時間と共に増える。一方、鉛には質量数 204(^{204}Pb) の同位体も存在するが、その量は増加しない。また、鉛は自然崩壊しない。

1. ^{235}U、^{238}U のように不安定な放射性元素の存在量は、次の方程式に従い減少する:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = -\lambda_i N_i(t) \tag{1}$$

ここで $N_i(t)$ は、ある時間における質量数 i の不安定原子の存在量、定数 λ_i は質量数 i の原子の単位時間当りの崩壊確率を表し、既知の定数である (^{235}U、^{238}U に対して、それぞれ λ_{235}、λ_{238} とせよ)。なお、$\lambda_{235} \neq \lambda_{238}$ である。
鉛の存在量も同様に、$N_{204}(t)$、$N_{206}(t)$、$N_{207}(t)$ のように書く。上で述べたように、$N_{204}(t)$ は時間変化しないので、N_{204} とおく。太陽系形成時を以下では、$t = 0$ とする。^{206}Pb、^{207}Pb、^{235}U、^{238}U の太陽系形成時の存在量をそれぞれ $N_{206}(0)$、$N_{207}(0)$、$N_{235}(0)$、$N_{238}(0)$ として、$N_i(t)$ の解を $i = 206$、207、235、238 に対して求めよ。

2. 隕石から測ることの出来る量は、現在の時刻を t として以下である: (A)^{235}U と ^{238}U の比、$N_{235}(t)/N_{238}(t)$。この比は、隕石によって不変であると考えることが出来る。(B)^{206}Pb と ^{207}Pb の ^{204}Pb に対する比 $N_{206}(t)/N_{204}$、$N_{207}(t)/N_{204}$。ただし、これらは隕石の種類ごとに異なる値を取ると考えられる。
以上より、複数の種類の隕石を測定すれば太陽系の年齢は推定できることが分かる。その理由を説明せよ。

3. なぜ、比 $N_{235}(t)/N_{238}(t)$ は隕石によって不変であり、$N_{206}(t)/N_{204}$ と $N_{207}(t)/N_{204}$ は不変でないのか説明せよ。

平成１５年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系　　基礎科目

第１６問　　科学史・科学哲学

２０世紀に科学観の転換がいくつかあったという考えがある。それらはどのような転換であったと考えられるか、科学史あるいは科学哲学の観点から論じなさい。